Тема урока: Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке

Тип урока: урок открытия новых знаний, обретения новых умений и навыков.

Цель: ввести правило нахождения наибольшего и наименьшего значения функции.

Задачи: повторить понятие производной функции; повторить правила дифференцирования функций, правила исследования функции на монотонность и экстремумы; сформулировать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции.

Оборудование урока: ноутбук, проектор, экран.

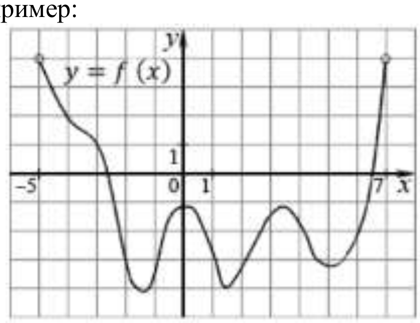
Структура урока:

1. Оргмомент - 1 мин. – Фронтальная работа.
2. Актуализация знаний – 5 мин. Работа в парах. Фронтальный контроль.
3. Первичное усвоение новых знаний - 15 мин. Фронтальная работа.
4. Закрепление нового материала – 15 мин.
5. Постановка домашнего задания. – 2 мин.
6. Подведение итогов урока – 2 мин.

Подробный **ход урока** по каждому его этапу:

1. Оргмомент. Вступительное слово учителя. Мотивация учащихся на дальнейшую работу.

2. Актуализация знаний. На данном этапе рассматривается задание с метапредметным компонентом. График выводится на экран с помощью проектора.

Метапредметные задания	**Предполагаемый ответ учащихся**
Задание 1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$.  1. Существует ли у этой функции наибольшее и наименьшее значение на всей области определения? 2. Существует ли наименьшее значение на отрезке [-1; 4]? Чему оно равно? 3. Сколько точек экстремумов у этой функции? 4. Изобразите график функции с пятью точками экстремума, которая на всей области определения не имеет наибольшего значения.	Ответ на задание 1 1. $y_{наиб} = 3$, $y_{наим} =$ не сущ 2. Да. $У_{наим} = 0$ 3. 7 точек 4. Например:  5. Да, если провести исследование на монотонность и экстремумы с помощью производной.

5. Можно ли без графика функции сделать вывод о экстремумах функции?	

При решении задания 1 ученик развивает такие *метапредметные умения*, как:

– анализировать и осмысливать текст задачи;

– извлекать из текста необходимую информацию;

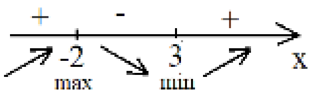
– моделировать решение задачи с помощью схем и рисунков;

– оценивать полученный результат;

– выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений;

– проводить несложные исследования.

3. Первичное усвоение новых знаний. Фронтальная работа с классом. Рассматривается задание с метапредметным компонентом.

Метапредметные задания	**Предполагаемый ответ учащихся**
Задание 2. Исследовать функцию $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$ на монотонность и экстремумы. *Дополнительные вопросы, формирующие достижение УУД*: 1. Можно ли сразу, не проводя вычислений, определить возрастание или убывание данной функции? 2. Что необходимо найти для исследования функции на монотонность? 3. Сделайте вывод о монотонности функции и экстремумах на основе геометрической интерпритации. 4. Найдем наибольшее и наименьшее значение функции. 5. Найдем наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке [-4;2]. В каких точках оно достигается? 6. Найдем наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке [-3;3]. В каких точках оно достигается? *Аналогично предлагается рассмотреть несколько отрезков:* 7. В каких точках достигается наибольшее и наименьшее значение отрезков. Обобщите все рассмотренные случаи. 8. Сформулировать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения на отрезке. Записать 9. Найти алгоритм в учебнике, выполнить самопроверку.	Ответ на задание 2 1. Нет. Некоторые учащиеся могут предположить, что функция похожа на кубическую параболу и сделать неправильный вывод, что данная функция возрастающая. 2. Необходимо вычислить производную. Найти стационарные и критические точки. И рассмотреть промежутки знакопостоянства. 3.  4. Наибольшего и наименьшего значения не существует. 5. $y_{наиб} = y(-2) = 84$ $y(-4) = 8$ $y(2) = -28 = y_{наим}$ 6. $y_{наиб} = y(-2) = 84$ $y(-3) = 67$ $y(3) = -41 = y_{наим}$ 7. В стационарных (или критических) точках и на концах отрезка.

В ходе ответов на дополнительные вопросы задания 2 у обучающихся формируются следующие *метапредметные результаты*: анализировать и осмысливать текст задачи; извлекать из текста необходимую информацию; моделировать решение задачи с помощью схем и рисунков; строить логическую цепочку; оценивать полученный результат; осуществлять самоконтроль; исследовать простейшие числовые закономерности; уметь сравнивать, выделять общее, делать выводы; осуществлять поиск информации в печатных изданиях; выполнять прикидку и оценку в ходе вычислений; проводить несложные исследования.

4. Закрепление нового материала. Решение задач по учебнику.

Задача № 32.11 (а). Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^4 - 8x^3 + 10x^2 + 1$ на отрезке $[-1; 2]$.

Решение. Вычислим производную функции: $y' = 4x^3 - 24x^2 + 20x$. Найдем стационарные и критические точки. Для этого решим уравнение $y'(x) = 0$/

$$4x^3 - 24x^2 + 20x = 0$$

$$4x(x^2 - 6x + 5) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 5$$

Выберем только те точки, которые принадлежат отрезку $[-1; 2]$. И найдем значение функции в этих точках и на концах отрезка. Из полученных значений выберем наибольшее и наименьшее.

$$y(0) = 0 - 8 \cdot 0 + 10 \cdot 0 + 1 = 1$$

$$y(1) = 1 - 8 \cdot 1 + 10 \cdot 1 + 1 = 4$$

$$y(-1) = 1 + 8 + 10 + 1 = 20$$

$$y(2) = 16 - 64 + 40 + 1 = -7$$

$$y_{\text{наиб}} = y(-1) = 20$$

$$y_{\text{наим}} = y(2) = -7$$

Ответ: $y_{\text{наиб}} = 20$, $y_{\text{наим}} = -7$.

Задача № 32.26. Нужно огородить участок прямоугольной формы забором длиной 200 м. Каковы должны быть размеры этого прямоугольника, чтобы его площадь была наибольшей?

Решение. Оптимизируемая величина – площадь прямоугольника, так как в задаче требуется выяснить, когда площадь прямоугольника будет наибольшей. Обозначим ее S.

Площадь зависит от ширины и высоты прямоугольника. Обозначим независимой переменной *x* м – ширину прямоугольника, тогда его длина (*100* - *x*) м, так как периметр равен 200 м, а сумма длины и ширины 100 м. Реальные границы измерения независимой переменной (0;100).

$$S = x(100 - x) = 100x - x^2$$

Найдем производную полученной функции

$$S' = 100 - 2x$$

Следовательно, внутри промежутка единственная стационарная точка $x = 50$, которая является точкой максимума.

Мы выяснили, что ширина прямоугольника 50 м, а значит длина тоже 50 м.

Ответ: длина и ширина прямоугольника по 50 м.

5. Постановка домашнего задания. №№ 32.6-32.9 (а,б). Попросить открыть задачники на стр. 103 и пояснить выполнение и оформление домашней работы на примере работы в классе. Наиболее подготовленным учащимся №№ 32.9(а,б), 32.12 (а), 32.13(а,б)

6. Подведение итогов урока.

На данном этапе ученики соотносят цели, которые они ставили на уроке и результаты своей деятельности.

Оценить наиболее активных во время урока учащихся.