ТЕМА УРОКА:

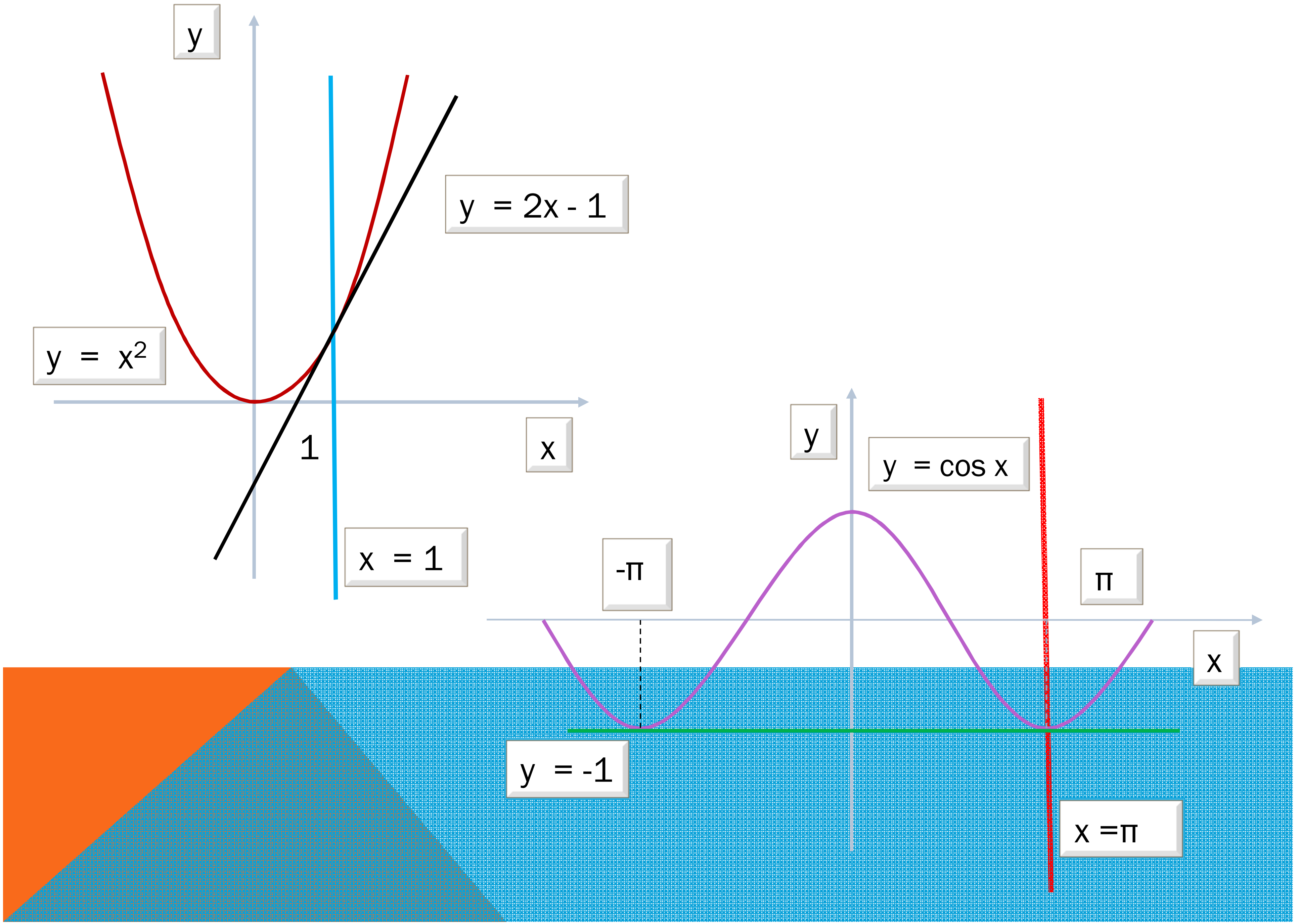
«УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ К ГРАФИКУ ФУНКЦИИ».

ЦЕЛЬ УРОКА:

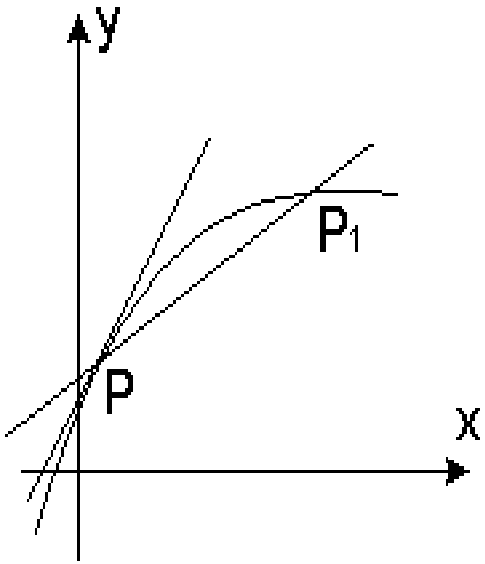
НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВЫВЕСТИ УСЛОВИЕ КАСАНИЯ ПРЯМОЙ С ГРАФИКОМ ФУНКЦИИ

СОГЛАСНЫ ЛИ ВЫ С УТВЕРЖДЕНИЕМ:

«Касательная – это прямая, имеющая с данной кривой одну общую точку»


y
y = 2x - 1
y = x2
1
x
x = 1
y
y = cos x
-π
π
x
y = -1
x =π

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ К ГРАФИКУ ФУНКЦИИ У=F(X)



Пусть дана некоторая кривая и точка Р на ней. Возьмем на этой кривой другую точку Р1 и проведем прямую через точки Р и Р1. Эту прямую называют секущей. Будем приближать точку Р1 к Р. Положение секущей РР1 будет меняться (стремиться к точки Р)

предельное положение прямой РР1 и будет касательной к кривой в точке Р.

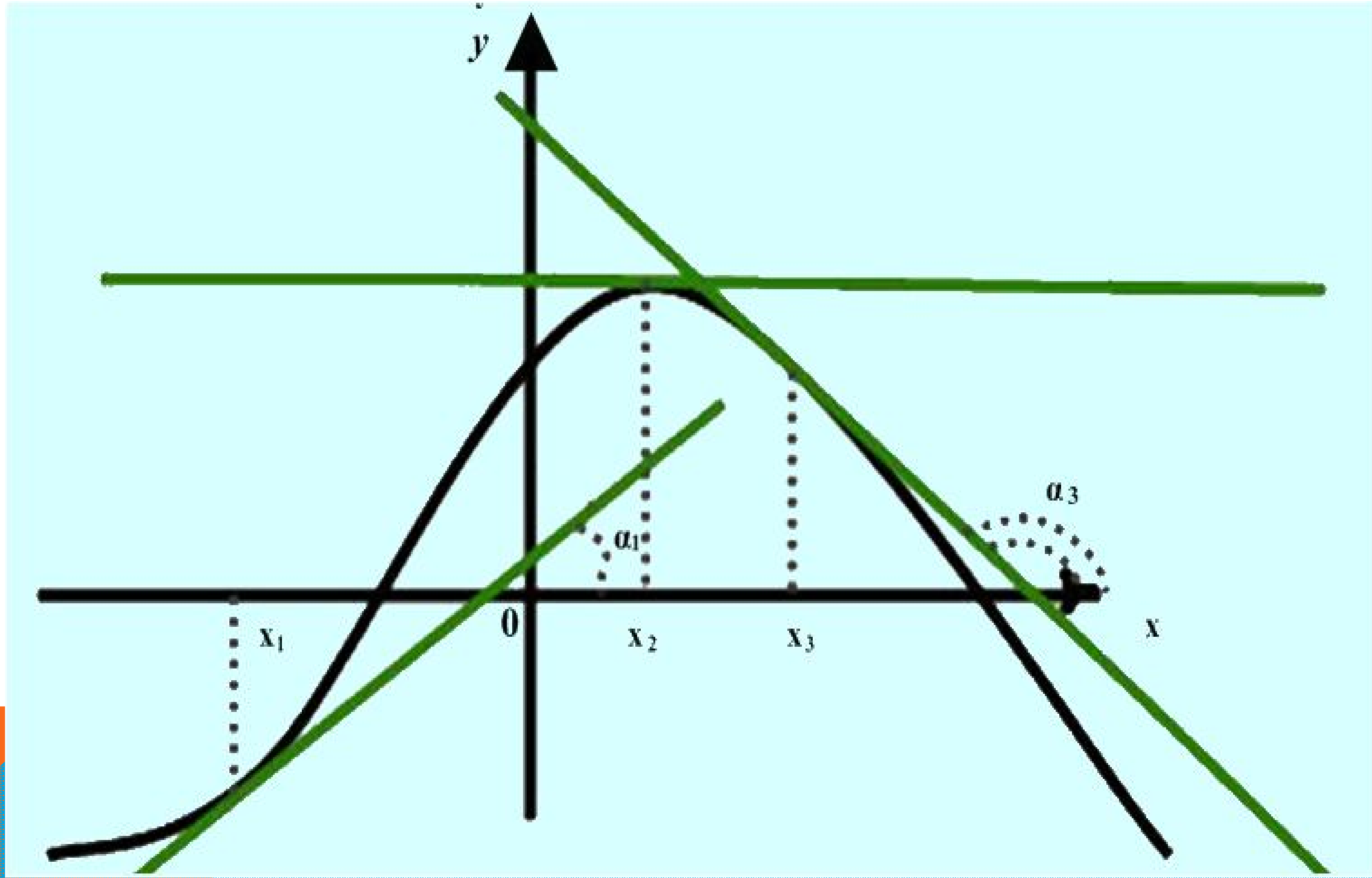
ОПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ

Касательной к графику функции *f*, дифференцируемой в точке x_0 , называется прямая, проходящая через точку $(x_0, f(x_0))$ и имеющая угловой коэффициент $k = f'(x_0)$.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Угловой коэффициент касательной к графику функции в точке равен значению производной в этой точке.

$k_{кас.} = f'(x_0) = \mathrm{tg}\,\alpha$



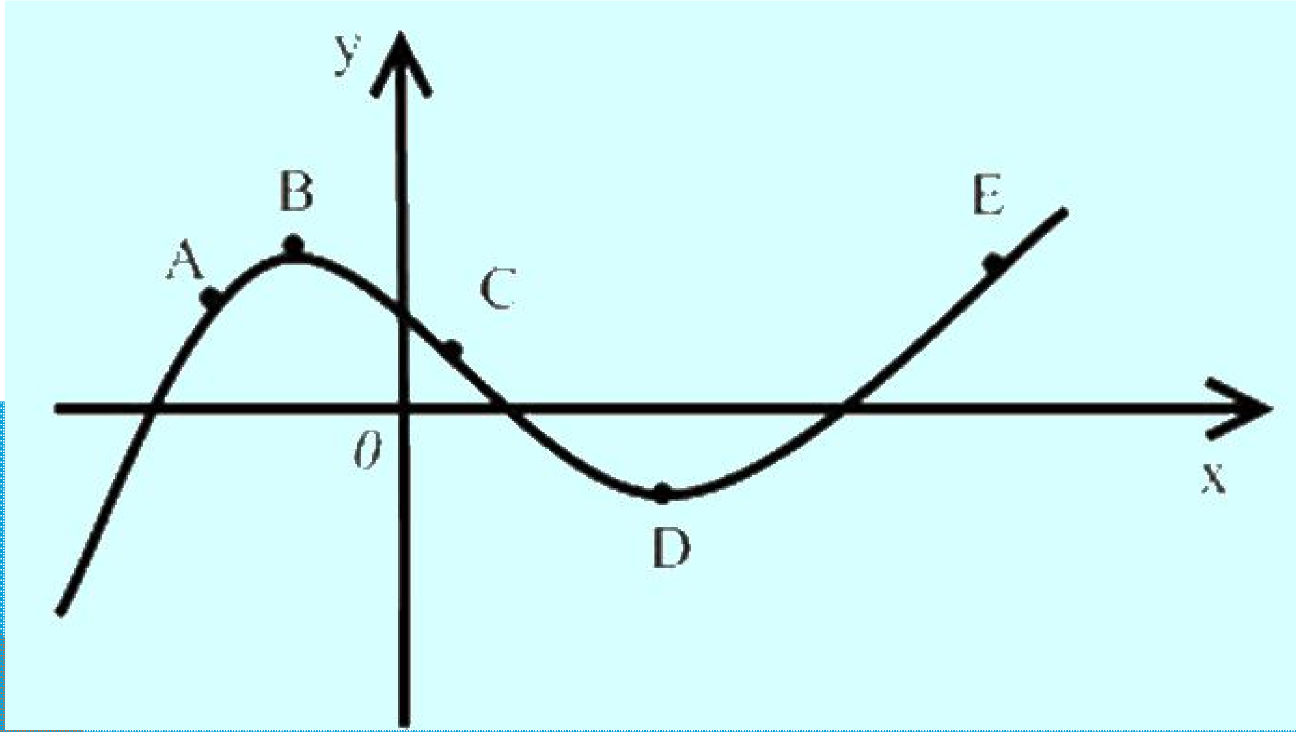
y
α_1
α_3
0
x_1
x_2
x_3
x

В каких точках графика касательная к нему

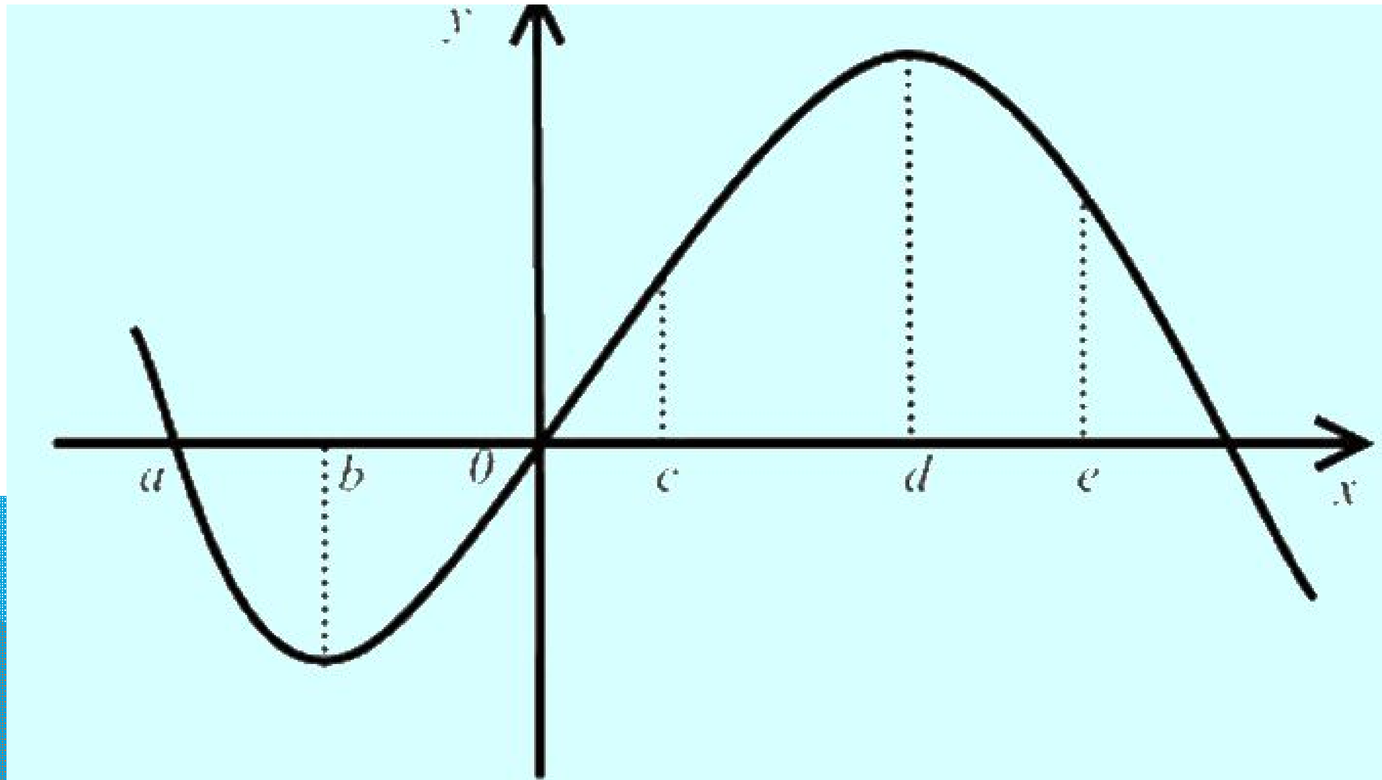
а) горизонтальна;

б) образует с осью абсцисс острый угол;

в) образует с осью абсцисс тупой угол?



При каких значениях аргумента производная функции, заданной графиком
а) равна 0;
б) больше 0;
в) меньше 0?



УРАВНЕНИЕ ВИДА У=F(a)+F'(a)(x-a) ЯВЛЯЕТСЯ УРАВНЕНИЕМ КАСАТЕЛЬНОЙ К ГРАФИКУ ФУНКЦИИ.

Уравнение вида $y=f(x_o)+f'(x_o)(x-x_o)$ является уравнением касательной к графику функции.

1. Если задана точка касания

Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x - 1$ в точке М с абсциссой 3.

2. По ординате точки касания.

Написать уравнение касательной в точке графика $f(x) = \frac{4-x}{x+2}$ ординатой $y_0 = 1$.

1. Написать уравнения всех касательных к графику функции $f(x) = x^2 + 4x + 6$, проходящих через точку М (-3; -1).

2. Правильно ли составлено уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$, если угловой коэффициент касательной $k = -3$, $y = -3x+7$?

Написать уравнения всех касательных к графику функции

$F(x) = x^2 + 4x + 6$ проходящих через точку М(-3;-1).

<u>Решение.</u> 1. Точка М(-3;-1) не является точкой касания, так как $f(-3)=3$.

2. a – абсцисса точки касания.

3. Найдем $f(a)$: $f(a) = a^2 + 4a + 6$.

4. Найдем $f'(x)$ и $f'(a)$: $f'(x)=2x+4$, $f'(a)=2a+4$.

5. Подставим числа a, $f(a)$, в общее уравнение касательной

$y= f(a)+ f'(a)(x–a)$: $y=a^2+4a+6+(2a+4)(x–a)$ – уравнение касательной.

Так как касательная проходит через точку М(-3;-1), то $-1=a^2+4a+6+(2a+4)(-3–a)$, $a^2+6a+5=0$, $a=-5$ или $a=-1$.

Если $a=-5$, то $y=-6x–19$ – уравнение касательной.

Если $a=-1$, $y=2x+5$ – уравнение касательной.

<u>Ответ:</u> $y=-6x–19$, $y=2x+5$.

Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.

Пусть даны две прямые:
$y1=k1x+b1$ и $y2=k2x+b2$.

Если $k1= k2$, то прямая $y1$ параллельна $y2$.

Если $k1\cdot k2= -1$, то данные прямые взаимно перпендикулярны

1. Составить уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2+4x+1$, перпендикулярной прямой $y = -1/4x+8$.

Условие касания

Прямая y=kx+b является касательной к графику функции y=f(x) тогда и только тогда, когда существует хотя бы одна точка касания a, для которой выполняется система

$$\begin{cases} f(a)=ka+b, \\ f\,'(a)=k. \end{cases}$$